

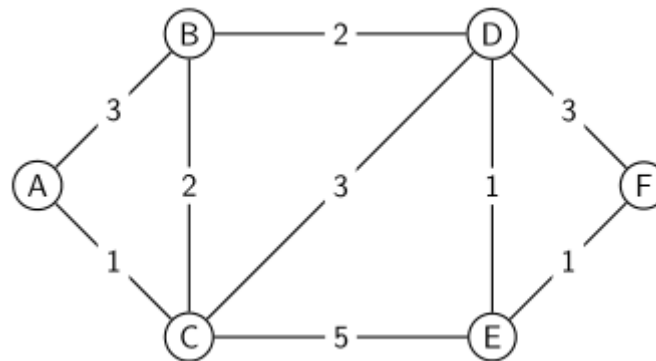
Partie A - Comprendre l'algorithme de Dijkstra

L'algorithme de Dijkstra est un des algorithmes permettant de résoudre le problème de plus court chemin dans un graphe pondéré. Il porte le nom de son inventeur, l'informaticien néerlandais Edsger Dijkstra, et a été publié en 1959.

Dans le graphe ci-contre, les sommets représentent des lieux (villes, etc.) et les nombres sur les arêtes des distances (en kilomètres, en minutes ou autre).

Pour calculer des itinéraires (plus courts, plus rapides, etc.), de nombreux algorithmes s'appuyant sur la théorie des graphes ont été développés.

Dans cette partie, l'objectif est de calculer l'itinéraire le plus court reliant les sommets A et F.



Le principe général :

On entretient une liste dont chaque élément est :

- le nom du sommet
- la distance la plus courte pour y parvenir
- le sommet précédent pour arriver le plus rapidement à ce sommet.

On peut présenter l'algorithme soit sur un graphe, soit dans un tableau.

Initialisation :

Le sommet de départ (A, 0, A), et pour les autres on écrit (B, ∞ , vide) etc pour les autres

Traitement : pour chaque sommet qui n'a pas encore été traité :

- on choisit celui qui a la plus petite distance totale
- pour chacun de ses successeurs :
 - 1) on calcule la distance totale pour y arriver
 - 2) si elle plus petite que l'actuelle, elle remplace l'autre, et on ajoute le prédécesseur, sinon on change rien.
- on note que ce sommet est traité.

Finalement : quand tous les sommets ont été traités, on dresse le chemin en repartant du dernier sommet et reprenant les prédécesseurs successifs. On obtient alors le chemin le plus court.

Le lien vers une vidéo pour approfondir :

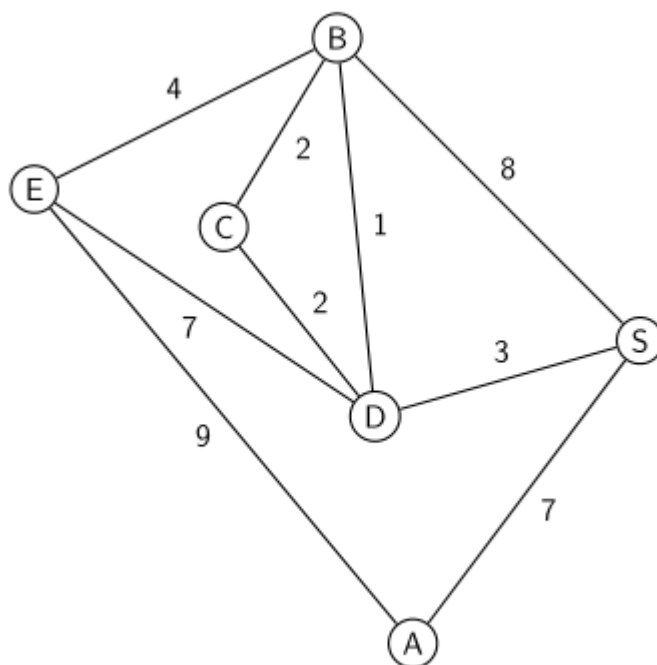
<https://youtu.be/JPeCmKFrKio>

Partie B — Spectacle de fin d'année

Naïma fait partie d'une école de musique. En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville. Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe ci-dessous.

Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage. Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Ces durées, exprimées en minutes, sont indiquées sur les arêtes du graphe.

Indiquer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique à la salle de spectacle le soir de la représentation. Donner la durée de ce parcours.



Partie C — Un investisseur immobilier

Un investisseur immobilier doit visiter plusieurs biens à vendre dans une ville.

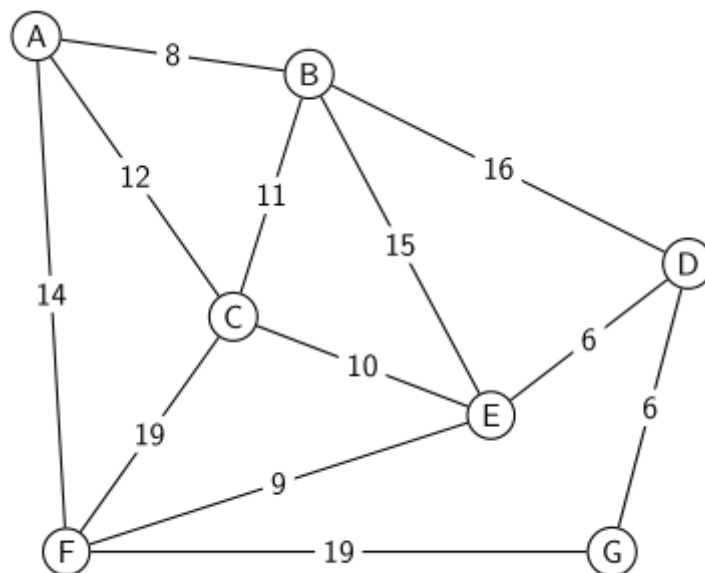
Le graphe ci-contre représente le plan de la ville. Les biens à visiter sont identifiés par les lettres A, B, C, D, E, F et G.

Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minutes, entre deux biens.

Lorsque l'investisseur immobilier termine ses visites par le bien A, il souhaite revenir au bien G le plus rapidement possible.

Déterminer ce plus court chemin en utilisant l'algorithme de Dijkstra.

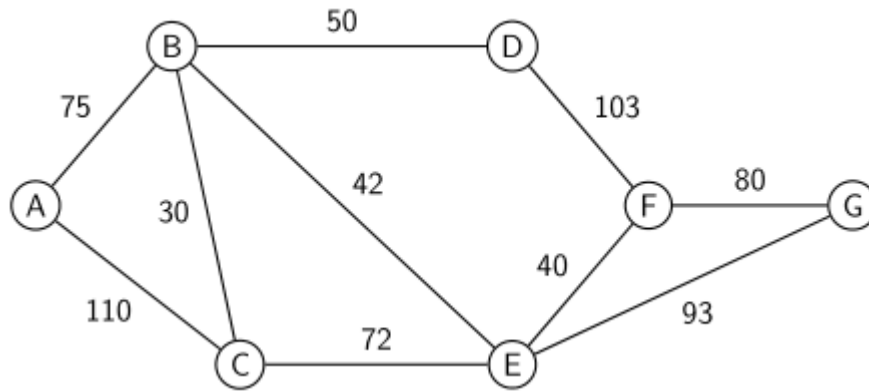
Quelle est sa durée en minutes ?



Partie D — Au centre de vacances

Le graphe ci-dessous représente le plan d'un centre de vacances. Les arêtes représentent les allées et les sommets, les carrefours. On a indiqué sur chaque arête la longueur en mètres des allées entre deux carrefours.

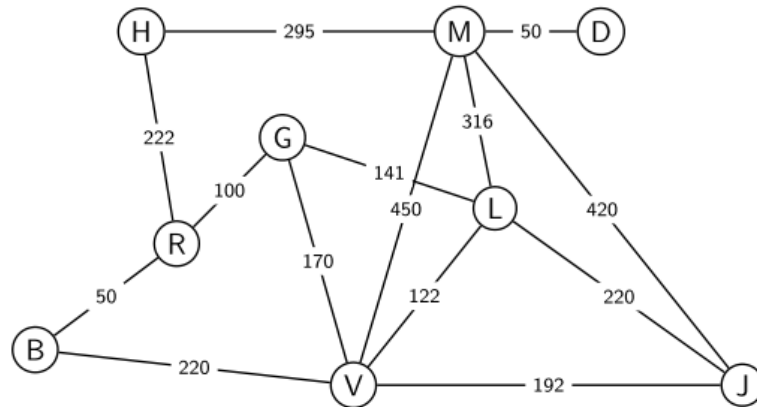
Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet le plus court pour aller du carrefour A au carrefour G.



Partie E — Voyage en Islande

Sarah, une jeune étudiante en géologie, souhaite partir en voyage en Islande avec des amis. Elle a loué une voiture tout terrain pour pouvoir visiter les lieux remarquables qu'elle a sélectionnés. Sarah a construit le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les lieux à visiter et les arêtes représentent les routes ou pistes, avec les distances en kilomètres.

Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, la distance minimale permettant d'aller du sommet B (Lelagon bleu) au sommet D (Chute d'eau de Dettifoss). Préciser alors le trajet à emprunter.



B : Le lagon bleu.

D : Chute d'eau de Dettifoss.

G : Geysir de Geysir.

H : Rocher Hvitserkur.

J : Lagune glacière de Jökulsárlón.

L : Massif du Landmannalaugar.

M : Lac de Mývatn.

R : Capitale Reykjavik.

V : Ville de Vik.