Activité

Une élève de CP fait des courses pour ses camarades.
La première fois, elle achète 5 crayons et 2 gommes pour 10,90 € ;
la seconde fois, elle achète 8 crayons et 3 gommes pour 17,20 €.
L'objectif est de retrouver le prix de chaque article.

1. Montrer que si on fait l'hypothèse que le prix d'un crayon est 1 €, alors on arrive à une contradiction.
2. Montrer que si on fait l'hypothèse que le prix d'une gomme est 1 €, alors on arrive à une contradiction.
3. Si on appelle x le prix d'un crayon, et y le prix d'un gomme, alors comment est calculé le montant de la première facture ?
4. Si on appelle x le prix d'un crayon, et y le prix d'un gomme, alors comment est calculé le montant de la seconde facture ?
5. Expliquer pourquoi le problème posé se traduit par la mise en équation suivante : $\left\{\begin{array}{rcl} 5x+2y & = & 10,90 \\ 8x+3y & = & 17,20 \end{array}\right.$
6. Étudier la méthode de résolution d'un système avec la méthode de combinaison, puis résoudre le système pour trouver le prix d'un crayon et d'une gomme.

Exercice 2.

On donne le système de deux équations à deux inconnues suivant : $\left\{\begin{array}{rcl} 4x+2y & = & 10 \\ 10x-2y & = & 5 \end{array}\right.$
Déterminer si le couple $(1;3)$ est une solution ou pas de ce système.

Exercice 3.

Dans un musée, l'entrée tarif adulte est de 5 €et celle tarif enfant est 3 €. Ce matin le musée a reçu 43 personnes. La recette s'est élevée à 165 €.
Quel est le nombre d'adultes et le nombre d'enfants qui sont venus au musée ce matin ?

Exercice 4.

Dans un élevage de poules et de lapins, j'ai compté 2171 têtes et 4368 pattes.
Combien y a-t-il de poules et de lapins ?

Exercice 5.

Max a 10 pièces dans son porte-monnaie. Ce sont uniquement des pièces de 1 €et 2 €. Le montant contenu dans le porte monnaie est 15 €.
Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?

Exercice 6.

On cherche deux nombres. On sait que leur somme est 2824 et leur différence est 256.
Déterminer ces deux nombres.

Définition

Résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues x et y revient à déterminer tous les couples $(x; y)$ qui vérifient les **deux équations en même temps**.

Une méthode pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues : la combinaison linéaire

Elle consiste à manipuler les lignes pour faire apparaitre une même quantité, puis à les combiner pour « la faire disparaitre », et ainsi obtenir une équation à une inconnue que l'on résout.

Exemple : on cherche à résoudre le système d'inconnues (x, y) suivant : $\begin{cases} 2x+3y &= 8 \\ 3x-2y &= -1 \end{cases}$.

Principe 1 : si on multiplie chacun de des membres d'une égalité par un même nombre non nul, alors on obtient une égalité équivalente.

Exemple : en multipliant par 3 les membres de la première équation, et par 2 les membres de la seconde, on obtient deux égalités équivalentes, et surtout **une même quantité** :

$$\begin{cases} (2x+3y)\times 3 &= 8\times 3 \\ (3x-2y)\times 2 &= -1\times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+9y &= 24 \\ 6x-4y &= -2 \end{cases}$$

Principe 2 : si on a deux égalités, alors la différence (ou la somme) des deux premiers membres et égale à la différence (ou la somme) des deux autre membres.

Exemple : comme $6x+9y=24$ et $6x-4y=-2$ alors on a aussi l'égalité : $(6x+9y)-(6x-4y)=24-(-2)$,

qui après simplification donne : $6x+9y-6x+4y=24+2$

et donc : $0x+13y=26$.

et simplement $13y=26$.

La quantité x ayant disparu dans cette équation, on résout cette équation pour trouver : $y=\frac{26}{13}=2$.

Finalement, on utilise cette valeur trouvée puis une des deux équations de départ pour **trouver l'autre valeur**.

En prenant la première équation on obtient : $2x+3\times 2=8$,

qui se résout très facilement : $2x+6=8 \Leftrightarrow 2x=8-6 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{2}=1$.

Avant de conclure, **on teste** si les valeurs trouvées pour x et y sont correctes.

Pour cela on les substitue par les valeurs trouvées dans le système initial :

$$\begin{cases} 2\times 1+3\times 2 &= 3+6=8 \\ 3\times 1-2\times 2 &= 3-4=-1 \end{cases}.$$

On a vérifié que les deux valeurs correspondent.

On conclut que **la solution** du système est le couple : $(\underbrace{1}_{x} ; \underbrace{2}_{y})$.

On respecte dans l'ordre des valeurs l'ordre des inconnues.

Applications : résoudre les systèmes suivants d'inconnue $(x; y)$, que vous testerez.

$$(S_1) : \begin{cases} 5x+2y &= 4 \\ 2x+3y &= -5 \end{cases} \quad ; \quad (S_2) : \begin{cases} 7x+2y &= 1 \\ 2x+3y &= 5 \end{cases} \quad ; \quad (S_3) : \begin{cases} 5x-y &= 8 \\ 2x+5y &= 1 \end{cases}$$